

# 复系数 FIR 数字滤波器的神经网络设计方法

李季標, 吕宝粮

(上海交通大学计算机科学与工程系, 上海 200240)

**摘要:**神经网络是一种设计实系数 FIR 滤波器的有效算法,为了将该方法扩展到复数域,建立统一的基于神经网络的滤波器设计框架,文中提出了一种用多层神经网络设计任意幅频响应的复系数 FIR 数字滤波器的新算法,主要思想是将设计问题转化为实系数多层神经网络的训练问题,在实数域对幅频响应的平方误差函数的实部和虚部分别进行最小化,误差将收敛到全局最小点。实验结果表明,利用该算法设计的滤波器具有较小的幅频响应误差和群延迟误差。该算法能解决具有任意幅频响应和群延迟要求的问题,是一种有效的设计算法。

**关键词:**数字滤波器;复系数;神经网络;群延迟

**中图分类号:**TP183 **文献标识码:**A

## Design of FIR Filters in Complex Domain by Neural Networks

LI Ji-lin, LV Bao-liang

(Department of Computer Science and Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

**ABSTRACT:** This paper proposes a new algorithm based on multilayer neural networks for complex coefficients FIR digital filters design with arbitrary amplitude-frequency response. The main idea is to solve the design problem by training multilayer neural networks in real domain, then minimize the real part and imaginary part of squared-error function of amplitude response in real domain respectively. As a result a unique framework is developed for designing real and complex coefficients FIR filters. The simulation results show that the filters designed by proposed algorithm have tiny amplitude error and group delay error so this algorithm can solve the application problems with special requirement on amplitude and group delay.

**KEYWORDS:** Digital filters; Complex coefficients; Neural networks; Group delay

### 1 引言

FIR 数字滤波器被广泛应用于信号处理领域,近几十年来,有大量关于 FIR 设计的文献,最简单的是窗口法和频率采样法,但是这两种方法都不易精确控制通带和阻带的边界频率,为了解决问题,出现了许多优化设计方法,比如基于最大误差最小化的 Remez 迭代算法<sup>[1]</sup>,基于线性规划<sup>[6]</sup>和加权最小二乘<sup>[7]</sup>的设计方法。这些方法都有很好的数学理论基础,但是设计高阶滤波器时,运算时间较长。为了获得更加灵活的设计,近几年出现了基于神经网络的线性相位 FIR 设计方法<sup>[3][4]</sup>,这些方法设计的 FIR 滤波器性能良好,尤其在设计高阶滤波器时具有很大优势。可是上述所有方法只能解决实系数 FIR 滤波器设计,群延迟为固定值。由于很多实际应用对滤波器的群延迟提出了特殊要求,所以出现

了有关复系数 FIR 数字滤波器的各种算法,包括复数域的 Remez 算法<sup>[2]</sup>,虽然有关于用 Tank-Hopfield 神经网络设计复系数 FIR 滤波器的算法<sup>[5]</sup>,但文中没有讨论网络局部极小值问题。

为了克服上述基于神经网络的设计算法的问题,本文将复系数滤波器设计转化维实数神经网络的训练,没有局部极小值问题,将具有任意频率响应的 1,2,3,4 型对称实系数和非对称复系数 FIR 数字滤波器设计统一到一个设计框架下,简化了设计算法。

### 2 复系数 FIR 数字滤波器

设滤波器的群延迟为  $\alpha$ ,那么一个 M 阶 FIR 数字滤波器的频率响应可以表达为

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^M h(n)e^{-jn\omega} \quad \omega \in [0, \pi]$$

$$= e^{-j\omega\alpha} \sum_{n=0}^M h(n)e^{-j(n-\alpha)\omega}$$

$$= e^{-j\omega} H_d(\omega) \quad (1)$$

如果限定滤波器系数  $h(n) \in R$ , 并且具有对称或者反对称性,  $H(e^{j\omega})$  可以简化, 比如当  $M$  为奇整数,  $h[n] = -h[M-n]$  时, 可以得到 IV 型 FIR 的频率响应:

$$H(e^{j\omega}) = je^{-j\omega M/2} \left( \sum_{k=1}^{(M+1)/2} d(k) \sin \omega(k - \frac{1}{2}) \right)$$

$$d(k) = 2h\left(\frac{M+1}{2} - k\right) \quad k = 1, 2, \dots, \frac{M+1}{2}$$

此时,  $\alpha = M/2$ , 文献[3] 用实数神经网络完成了这种滤波器的设计, 取得了很好的效果。拓展了文献[3]的工作, 给出在复数域用神经网络设计 FIR 滤波器的方法。

设期望幅频响应为  $H_d(\omega)$ ,  $H_o(\omega) = \sum_{n=0}^M h(n)e^{-j(n-\alpha)\omega}$  为实际滤波器的幅频响应, 设计目标是确定系数  $h(n) \in C$  使误差函数  $\|H_o(\omega) - H_d(\omega)\|$  最小化, 这可以通过最小化  $E = \sum_{i=1}^N \|H_o(\omega_i) - H_d(\omega_i)\|^2$  ( $N$  为频率采样点数) 实现。而神经网络的工作原理正是平方误差最小化, 所以可以用一个输入和网络权值都是复数的复数神经网络来实现  $E$  的最小化。但是复数神经网络涉及复数乘法运算, 训练算法变得复杂。因为

$$H_o(\omega) = H_o^R(\omega) + jH_o^I(\omega)$$

$$H_d(\omega) = H_d^R(\omega) + jH_d^I(\omega)$$

$$E = \sum_{i=1}^N (H_o^R(\omega_i) - H_d^R(\omega_i))^2 + (H_o^I(\omega_i) - H_d^I(\omega_i))^2$$

这个式子表明可以通过对误差函数  $\|H_o(\omega) - H_d(\omega)\|$  的实部和虚部分别最小化来最小化  $E$ , 我们将看到, 一个实数神经网络可以完成这项任务。先将滤波器系数  $h(n)$  和对应项  $e^{-j(n-\alpha)\omega}$  改写为矩阵形式:

$$W = [h(0), h(1), \dots, h(M)]^T$$

$$= [e^{j0}, e^{j\theta_1}, \dots, e^{j\theta_M}]^T$$

$$= W_R + jW_I$$

$$X = [e^{-j(0-\alpha)\omega}, e^{-j(1-\alpha)\omega}, \dots, e^{-j(M-\alpha)\omega}]^T$$

$$= X_R + jX_I$$

其中,  $W_R, W_I$  分别是由滤波器系数的实部和虚部组成的列向量,  $X_R, X_I$  分别是与  $W_R, W_I$  对应的列向量, 则有:

$$H_o(\omega) = [W_R^T + jW_I^T][X_R + jX_I]$$

$$= (W_R^T X_R - W_I^T X_I) + j(W_R^T X_I + W_I^T X_R)$$

$$= (X_R^T W_R - X_I^T W_I) + j(X_I^T W_R + X_R^T W_I)$$

一般的, 通带中  $H_d(\omega) = 1$ , 阻带中  $H_d(\omega) = 0$ , 所以有:

$$\begin{bmatrix} X_R^T & -X_I^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_R \\ W_I \end{bmatrix} = \begin{cases} 1 & \text{通带} \\ 0 & \text{阻带} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} X_I^T & X_R^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_R \\ W_I \end{bmatrix} = \begin{cases} 0 & \text{通带} \\ 0 & \text{阻带} \end{cases}$$

### 3 神经网络模型

式(2)中的两个等式有共同的部分  $[W_R \ W_I]^T$ , 这正好

对应一个实数神经网络的结点数为  $2(M+1)$  的隐藏层, 所以可以用如图 1 的神经网络结构对  $[W_R \ W_I]^T$  进行训练。

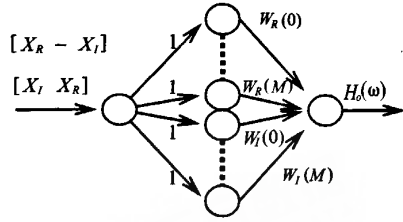


图 1 滤波器设计神经网络结构

该网络隐藏层的一半节点表示滤波器系数的实部, 另一半表示滤波器系数的虚部。

所以我们将复数域的问题转化到实数域。

上述神经网络的结构只有一个隐藏层, 误差函数  $E$  是权值  $[W_R \ W_I]^T$  的二次函数, 具有唯一的全局极小值, 避免了文献[5]所存在的问题。根据(2)式, 对通带和阻带进行均匀采样, 对通带中的采样点构造两个训练样本:

$$[1: X_R^T \ -X_I^T], [0: X_I^T \ X_R^T],$$

对阻带中的采样点构造两个训练样本:

$$[0: X_R^T \ -X_I^T], [0: X_I^T \ X_R^T],$$

在训练过程中, 第一个样本对误差函数的实部进行最小化, 同时第二个样本对误差函数的虚部进行最小化, 这样就实现了对误差函数  $E$  的最小化, 经过若干次训练之后, 网络将收敛到全局极小值点, 我们可以根据精度要求来控制训练次数以及调整学习速率。若  $h(n) \in R$ , 我们只需要简单的设置  $W_I = 0$ , 其他步骤不变, 就能设计实系数的滤波器。由此, 建立了统一的实系数和复系数的 FIR 滤波器设计框架。

### 4 仿真实验

为了检验算法的有效性, 参照文献[2]中的两个例子, 进行了实验。

例 1: 设计一个 31 阶低通复系数 FIR 滤波器, 群延迟为 12, 归一化幅频响应为:

$$H_d(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega \in [0, 0.12] \\ 0 & \omega \in [0.24, 1] \end{cases}$$

在通带和阻带均匀采样 500 个频点, 然后通过神经网络训练, 网络初始权值为  $[-0.025, 0.025]$  内的随机数, 学习速率为 0.03, 迭代次数为 50 次, 得到的频响曲线和相位响应曲线如图 2, 3 所示。

表 1 例 1 实验结果

方法	通带波纹	阻带波纹	群延迟误差
本文	0.0230	0.0224	0.45
文献[2]	0.0440	0.0044	0.97

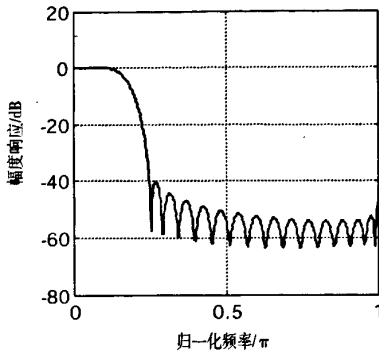


图2 例1 频率幅度响应曲线

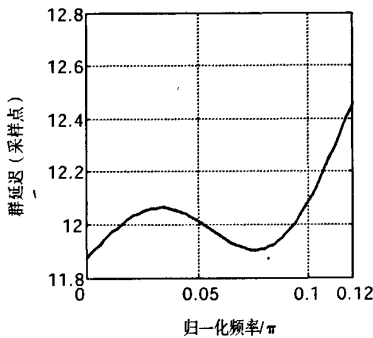


图3 例1 群延迟曲线

例2 设计一个 31 阶带通复系数 FIR 滤波器,群延迟为 12,归一化幅频响应为:

$$H_d(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega \in [0, 0.2] \\ 1 & \omega \in [0.3, 0.56] \\ 0 & \omega \in [0.66, 1] \end{cases}$$

同样在通带和阻带均匀采样 500 个频点,网络初始权值为区间  $[-0.025, 0.025]$  内的随机数,学习速率为 0.03,迭代次数为 50 次,得到的频响和相位响应如图 4,5 所示。

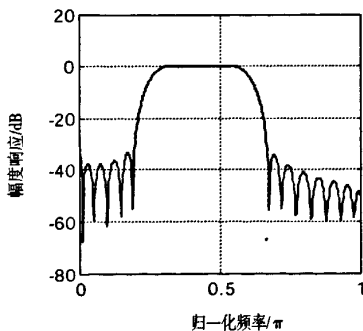


图4 例2 频率幅度响应曲线

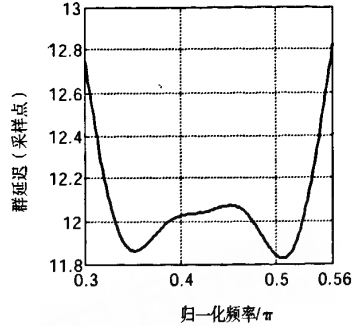


图5 例2 群延迟曲线

表2 例2 实验结果

方法	通带波纹	阻带波纹	群延迟误差
本文	0.0420	0.0562	0.80
文献[2]	0.0750	0.0075	1.19

这两个例子的仿真结果表明,用本文提出的算法设计的 FIR 滤波器,计算复杂度较低,具有良好的幅频响应和线性相位。本算法将具有对称性质 1,2,3,4 型实系数 FIR 数字滤波器和非对称的复系数 FIR 数字滤波器设计统一到了一个框架下。如果对训练过程进行调整,根据误差对对应的频率点进行加权,也能得到近似等波纹设计,由于等波纹设计对于特殊应用未必是最优的,而神经网络可以逼近任意形状的幅频响应,因而具有更大的设计灵活性,尤其对于高阶滤波器本算法非常高效。

## 5 结论

基于神经网络,本文建立了对称实系数和非对称复系数 FIR 数字滤波器的设计框架,仿真试验结果表明了算法的有效性。用该算法设计的滤波器具有良好幅频响应和线性相位,相比传统设计方法具有更大的设计灵活性。

## 参考文献:

- [1] J H McClellan and T W Parks. A Unified Approach to The Design of Optimal FIR Linear - Phase Digital Filters[J]. IEEE Trans. On Circuit Theory, 1973, CT(20): 697 - 701.
- [2] X K Chen and T W Parks. Design of FIR Filters in the Complex Domain[J]. IEEE Trans. On Acoustics, Speech and Signal Processing, 1987, ASSP - 35(2): 144 - 153.
- [3] 王小华,何怡刚,曾喆昭. 神经网络在 4 型 FIR 滤波器的优化设计研究[J]. 电路与系统学报, 2003, 8(5): 97 - 100.
- [4] 曾喆昭,李仁发. 高阶多通带滤波器优化设计研究[J]. 电子学报, 2002, 30(1): 87 - 89.
- [5] 赵辉,虞厥邦. 复数 FIR DF 设计的神经网络优化方法[J]. 电子科学学刊, 1998, 20(3).
- [6] 陆必应,宋千,周智敏. 一种在复频域设计 FIR 滤波器的算法[J]. 信号处理, 2000, 16(2): 131 - 136. (下转第 189 页)

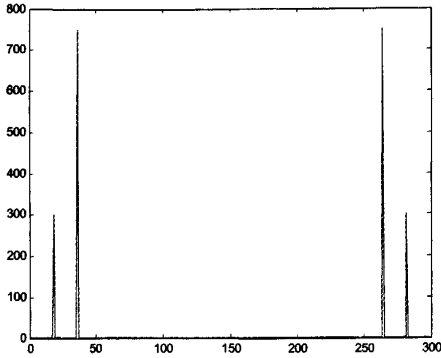


图8 输入信号  $s(k)$  频谱

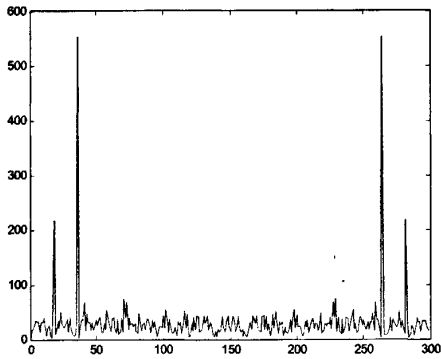


图9 输出信号  $s(k)$  频谱

## 6 结论

本文采用基于自适应神经模糊推理系统的控制方法结合了神经网络和模糊系统的优点,通过利用神经网络的自适应、自学习能力和模糊系统的辨识能力,对非线性动态系统中的噪声进行了有效的消除,仿真结果表明该控制方法的有效性,同时也为设计新的噪声消除方法提供了思路,实现多种智能控制技术的融合,发挥各自的优点,将能达到更好的控制性能,例如该控制方法结合文献[2]中的遗传算法,选择合适的训练算法和学习算法对网络权值和训练参数进行进一步的优化,将会使消除噪声的效果变得更好。

## 参考文献:

- [1] 姚屏,申群太.基于自适应神经网络滤波的噪声消除[J].计算机工程与应用,2005,28:65-67.
- [2] 王俊年,申群太.基于协同进化微粒群算法的神经网络自适应噪声消除系统[J].计算机工程与应用,2005,13:20-23.
- [3] 宋文星,孙光民,刘伟平.基于神经网络的图像混合噪声消除[J].信息技术,2005,11:55-58.
- [4] 李目,刘祖润.自适应神经网络在消除矿井内噪声中的应用[J].中国矿业,2006,15(3):29-31.
- [5] Yuung Hwa Lu, FungHuei Yeh, ChingLun Li, MingTung Wu. Study of Using ANFIS to the Prediction in the Bore - Expanding Process[J]. Int J Adv Manuf Technol, 2004, 26:44-51.
- [6] Jesús Fraile - Ardanuy, Pedro J. Zufiria. Adaptive Power System Stabilizer Using ANFIS and Genetic Algorithms[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2005, 6:24-32.
- [7] Z C Lin, C Y Liu. Application of an Adaptive Neuro - Fuzzy Inference System for the Optimal Analysis of Chemical - Mechanical Polishing Process Parameters [J]. Int J Adv Manuf Technol, 2001, 18:20-28.
- [8] S N Engin, J Kuvulmaz, V E O murli. Fuzzy control of an ANFIS model representing a nonlinear liquid - level system [J]. Neural Comput & Applic, 2004, 13: 202-210.
- [9] Li Chuntao, Tan Yonghong. Adaptive Control of System with Hysteresis Using Neural Networks[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(1):163-167.
- [10] 楼顺天,胡昌华,张伟.基于MATLAB的系统分析与设计[M].西安:西安电子科技大学出版社,2001.

### [作者简介]



李目(1979-),男(汉族),湖南长沙人,在湖南大学读硕士研究生,讲师,主要从事信号处理和故障诊断方面的研究。



谭文(1968-),男(汉族),湖南益阳人,在湖南大学读博士后,教授,湖南省优秀青年学者,研究方向为混沌控制和智能控制理论与应用。

周少武(1964-),男(汉族),湖南湘潭人,博士,教授,主要从事智能控制和自动化检测方面的研究。

刘祖润(1952-),男(汉族),湖南临澧人,教授,国家教育部高等学校教学指导委员会委员,研究方向为自动控制理论与自动化检测技术。

(上接第177页)

- [7] Y C Lim, J H Lee, C K Chen, R H Yang. A Weight Least Squares Algorithm for Quasi - Equiripple FIR and IIR Digital Filter Design [J]. IEEE Trans. On Signal Processing, 1992, 40 (3): 551-558.

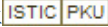
### [作者简介]



李季强(1981-),男(汉族),四川眉山市人,上海交通大学计算机软件理论专业硕士生,主要研究方向为模式识别,机器学习。

吕宝粮(1960-),男(汉族),山东青岛人,上海交通大学计算机系教授,博士生导师,IEEE高级会员,主要研究方向为:仿脑计算模型,神经网络,机器学习,模式识别,计算系统生物学,脑-计算机接口和自然语言处理。

# 复系数FIR数字滤波器的神经网络设计方法

作者: [李季樟](#), [吕宝粮](#), [LI Ji-lin](#), [LV Bao-liang](#)  
作者单位: [上海交通大学计算机科学与工程系, 上海, 200240](#)  
刊名: [计算机仿真](#)   
英文刊名: [COMPUTER SIMULATION](#)  
年, 卷(期): 2008, 25 (2)  
被引用次数: 2次

## 参考文献(7条)

1. [王小华;何怡刚;曾喆昭](#) [神经网络在4型FIR 滤波器的优化设计研究](#)[期刊论文]-[电路与系统学报](#) 2003 (05)
2. [X K Chen;T W Parks](#) [Design of FIR Filters in the Complex Domain](#) 1987 (02)
3. [J H McClellan;T W Parks](#) [A Unified Approach to The Design of Optimal FIR Linear-Phase Digital Filters](#) 1973 (20)
4. [Y C Lim;J H Lee;C K Chen;R H Yang](#) [A Weight Least Squares Algorithm for Quasi-Equiripple FIR and IIR Digital Filter Design](#) 1992 (03)
5. [陆必应;宋千;周智敏](#) [一种在复频域设计FIR 滤波器的算法](#)[期刊论文]-[信号处理](#) 2000 (02)
6. [赵辉;虞厥邦](#) [复数FIR DF设计的神经网络优化方法](#) 1998 (03)
7. [曾喆昭;李仁发](#) [高阶多通带滤波器优化设计研究](#)[期刊论文]-[电子学报](#) 2002 (01)

## 引证文献(2条)

1. [陈圣彦;崔宝同](#) [基于模拟退火神经网络的 I 型FIR数字滤波器设计](#)[期刊论文]-[现代电子技术](#) 2009 (11)
2. [魏辉如;崔琛;毛刚强](#) [可规划相位FIR滤波器的神经网络设计方法](#)[期刊论文]-[电子测试](#) 2009 (7)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_jsjfz200802045.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_jsjfz200802045.aspx)